

混沌

撰文 陳志聰

亂中有序，序中有亂

大自然中潛藏的奧密，一直是科學家們探索的對象。從歐基理德的幾何原本、牛頓的萬有引力定律、到近代愛因斯坦的相對論，都是人類歷史上耀眼燦爛的發現。而混沌(CHAOS)的發現，開啟了科學領域的另一扇充滿希望與挑戰的大門——扇能揭開大自然中複雜紛亂背後的奧密的大門。

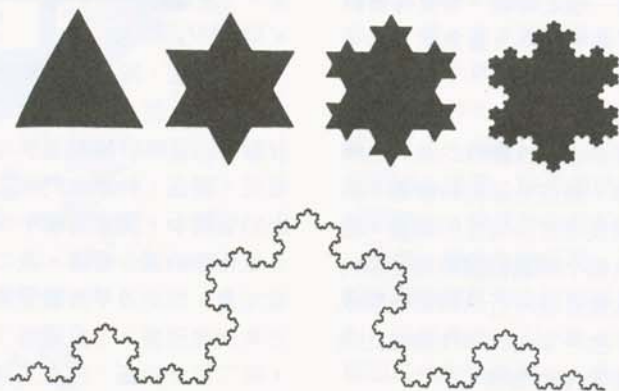
何謂混沌——混沌簡單地說，就是泛指一種不規則、不連續、且無規律的狀態或結構。譬如大氣的捉摸不定、野生動物的突兀增減及高速公路的車流……等等。長久以來，世界各地的科學家都專注的追求自然界中的秩序，對於複雜而無秩序的混沌，卻顯得束手無策。不只如此，就如地表的面積及海岸線的長度，也僅能作大概的估計。事實上，假如觀測者從人造衛星上，估計中國海岸線的長度，一定會比徒步走過海灣及沙灘的觀測者所估計的數值要小。而徒步者的估計值又比一隻慢吞吞爬過海岸線上的鵝卵石的蝸牛所得的結果為小。因此，任何海岸線在某種意義下皆為無限度，也許要量到原子間距的時候才算達到盡頭。然而，這種無窮的有限，卻深深的吸引混沌學家的注意。

碎形的發現——讓我們先來欣賞一

下膾炙人口的卡區曲線(Koch curve)，如圖一。這是瑞典數學家在西元一九〇四年所創。它的特性有(1)曲線不平滑且不一致。(2)圖形愈放大，形狀就愈趨複雜。(3)縮小和放大的景像都有相似的結構。(4)在有限的面積內長度無限制的延伸。碎形代表的便是具有上述四項的結構。它的發現代表混沌現象的背後，也許只是一些簡單的原則在運作，但是運作的結果，卻可創造不可思議的複雜與精細。混沌遊戲(註1)及向日葵種子的排列(註2)便是很好的例子。另一方面，若從遺傳的角度來看，有限的遺傳訊息能創造出無限創造的生物結構是相當有趣的想法。事實上，生物體上的碎形結構正不斷地被發現，在此特別以肺及「DNA Walk」為例來介

紹人體內的碎形結構。

肺的碎形——當大家第一眼見到肺支氣管時，一定會被其分支的長短及直徑的高度變化所震驚。氣管分支為左右兩支氣管，再各自一分為二，如此延續下去。在一九一五年時，一位德國生理家最先發現有關氣管分支變化的報告，認為氣管直徑的對數值與其分支代數(generation number)成反比。半世紀後被許多科學家所證明(圖二)。然而，這些實驗結果是每一代的支氣管平均值當直徑為前提所得，且只適用於某幾代分支，因此並不廣被接受。後來的碎形學家發現，支氣分枝之長管與短管的長度比接近黃金分割值(註3)。在此，有名的康特塵(Cantor set)，如圖三，正是一個很好的對照圖。圖中最後的無限

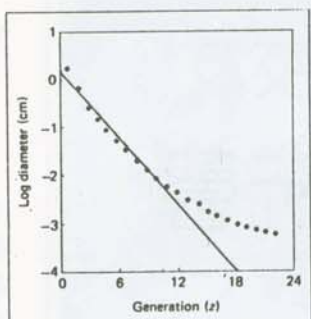


圖一：卡區雪花。從一個每邊長度為1的三角形開始，在每邊中段樹立另一塊邊長為三分之一的等邊三角形，如此重覆下去，擴張至無限。很明顯的，週長可以以 $3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \dots$ 無限延伸，但面積却仍然被限制在環繞最初正三角形的正圓之內。

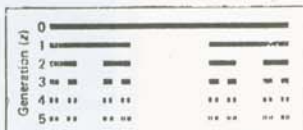
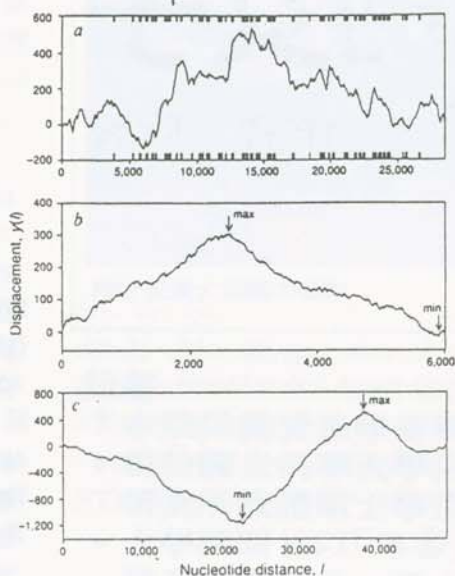
多小點，就如同無限分支後的細支氣管般的錯綜複雜。不只肺中的氣管分支如此，舉凡人體中的血管網、膽道系統、心臟中的電刺激傳導纖維、腎臟的集尿管及神經網路都有相似的碎片特徵。

DNA Walk——我們都知道，記錄生物遺傳訊息的基本單位是基因，而基因主要是由兩股核醣酸鏈示相纏繞而構成。自從 DNA 的結構被發現後，核醣酸在 DNA 中的排列是隨機，還是有某種規律，便一直困擾著人們。最近透過「DNA Walk」的研究，答案似乎就快要揭曉了。「DNA Walk」，如圖四，就是將核醣酸的結構轉化為圖形，再以數值及圖形分析加以研究。各種不同的 DNA，便有不同的圖形；而分析出來的相關度也不同。據研究，核醣酸的排列是彼此互相影響著，甚至可以影響到十萬個鹽基遠的核醣酸。舉例來說，某一基因的胸線核醣酸會增加數千鹽基外的鳥糞核醣的出現機率。這就如同今天台北一隻蝴蝶展翅飛對空氣造成的震動，可能觸發下個月紐約的暴風雨——即有名的蝴蝶效應一般地不可思議。

歷史回顧——混沌的研究並不只限於生物學上。事實上，最早意識到混沌的人是本世紀初的龐加萊，而勞倫茲在氣象預測中的發現為混沌揭開了序幕。動力系統的混沌研究最令人詫異的是鐘擺實驗。鐘擺問題是古典力學的象徵，被約束運動的範例，不規律式機械作用的里程碑，但它依舊能推陳出新。伽利略所注意到的是高中物理所奉為圭臬的那一套，但卻忽視了摩擦力及空氣阻力這兩種在實驗室中惡名昭彰的非線性影響。在生態學的研究上，線性馬爾薩斯修定公式 $[X_{\text{next}} = rX(1-X)]$ 是預測族羣消長的有名公式。由電腦上輸入不同的參數值 r ，可以畫出各種不同的族羣消長曲線，當參數值超過某一限制時，便會出現混沌狀態。另外，流體力學中亂流，流行病的傳染，甚至股票漲跌的混沌研究，都為未來的科學發展



圖二



圖三

康特塵。一線段去掉中央 $\frac{1}{3}$ 後，再將剩下兩段重覆下去。無限多代後，點與點之間便不連續且不均勻分布。

圖四

DNA Walk。橫坐標為核苷酸在DNA的相對位置。若含氮鹽基為腺嘌呤時，縱坐標向上移一單位，若為嘧啶則向下移一單位。此圖為人類貝他心肌蛋白重鏈基因的DNA Walk圖。

投下了更有趣的變數。

總結一混沌歷經數十年的發展與整合，已經變成一項代表重新與塑造科學體系的狂飆運動。它是各種體系的宏觀巨相，讓天南地北各門科學的研究者，跨越彼此之間的鴻溝而齊聚一堂。另一方面，日常生活的經驗和真實景像已經變成了研究的合適目標，不會像理論物理學般地遠離人類對世界的直覺。混沌革命的熱烈擁護者認為，二十世紀的科學中，傳世巨作只有三種——相對論、量子力學和混沌。讓我們拭目以待！

註1：

利用簡單的原則，隨機置點，卻可以形成複雜而有意義的圖形。這樣的遊戲叫做混沌遊戲。例如蕨葉就曾成功的模仿過，且幾可亂真。

註2：

向日葵胚種子的排列分為兩組。一組為順時鐘螺旋，另一組為逆時鐘螺旋。兩組的螺旋數是斐波那契數列(Fibonacci set)相鄰的兩項。斐波那契數列就是以前兩項為第三項的數列，譬如以1, 1為首，以下的數列為，2, 3, 5, 8, 13, 21, ……。另外根據物理實驗的結果，發現其排列合乎將所需能量減到最低的基本物理定律。

註3：

將單位長分割成長為 a 及 b 的兩段，使得原單位長與較長的小段比值等於較長的一段與較短的一段的比值，即 $(a+b)/a = a/b$ 。由此可得 $a/b = (1 + \sqrt{5})/2 = 1.618\cdots$ 。規定黃金分割(ϕ) = 1.618……。